

計算の工夫（脳トレーニング）

千 賀 博 巳

今まで多くの学生の計算の仕方を見てきましたが、そのまま形通りの計算をしてかえって計算が難しくなり、答えを間違えてしまう場合があります。計算の仕方を工夫することによって、素早く間違いのない計算ができます。インド式計算法や脳トレーニングが話題になっていますが、今まで習ってきた計算も含めて、工夫次第で速く計算できます。脳トレーニングに使ってもらって、計算が好きになってもらえれば幸いです。

I 計算の規則

原則

- (1) 計算式は左から順番に計算する。
- (2) () のある計算式は () の中を先に計算する。
- (3) 掛け算・割り算は、たし算・引き算より優先順位が先。

計算の法則

- (1) 交換法則 $a+b=b+a$ $a \times b=b \times a$
- (2) 結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$
- (3) 分配法則 $a \times (b+c)=a \times b+a \times c$

II たし算

一の位に繰り上がりがある場合の2桁のたし算

$$28 + 57 = (28+2) + (57-2) = 30 + 55 = 85$$

たされる数

たす数

- ① 片方の数に一の位が0になる数をたす。 $28+2=30$
- ② もう一方の数から同じ数を引く。 $57-2=55$
- ③ 2つの数をたす。 $30+55=85$
- ④ この手順を暗算で行う。

3桁以上は2桁の暗算を使って筆算を行う。

$$5987 + 3568 =$$

$$\begin{array}{r} 5987 \\ + 3568 \\ \hline 155 \\ 94 \\ \hline 9555 \end{array}$$

- ① 筆算の式を書く。
- ② 一の位から2桁ずつ区切る。
- ③ 下2桁を暗算で計算する。 $87 + 68 = (87 + 3) + (68 - 3)$
 $= 90 + 65 = 155$
- ④ 上位の2桁を暗算で計算する。 $59 + 35 = (59 + 1) + (35 - 1)$
 $= 60 + 34 = 94$
- ⑤ 合計を計算する。 $9400 + 155 = 9555$

Ⅲ 引き算

一の位に繰り下がりがあある場合の2桁の引き算

$$76 - 29 = 76 - (29 + 1) + 1 = 76 - 30 + 1 = 46 + 1 = 47$$

引かれる数

引く数

- ① 引く数に一の位が0になる数をたす。 $29 + 1 = 30$
- ② この数を引かれる数から引く。 $76 - 30 = 46$
- ③ ①で引いた数1をたす。 $46 + 1 = 47$
- ④ この手順を暗算で行う。

100や1000から引く引き算

$$1000 - 357 = 643$$

- ① 答えの百の位は、引く数の百の位にたして9になる数にする。 6
- ② 答えの十の位は、引く数の十の位にたして9になる数にする。 4
- ③ 答えの一の位は、引く数の一の位にたして10になる数にする。 3
- ④ これを暗算で行う。
- ⑤ 一の位が0の場合は一の位は0で、十の位をたして10になる数にし、それ以上の位はたして9にする。

別解 $1000 - 357 = 999 + 1 - 357 = (999 - 357) + 1 = 642 + 1 = 643$

3桁以上の数で繰り下がりがある場合の引き算

$$7764 - 2388 = (7764 - 3000) + (3000 - 2388) \\ = 4764 + 612 = 5376$$

- ① 引く数をキリの良い数にする。この場合は3000
- ② 引かれる数から引く。 $7764 - 3000 = 4764$
- ③ キリの良い数から、引く数を引く。 $3000 - 2388 = 612$
- ④ ②と③の数を筆算でたす。 $4764 + 612 = 5376$

$$\begin{array}{r} 4764 \\ + 612 \\ \hline 5376 \end{array}$$

キリのいい数に分けたほうが良い引き算

$$4234 - 685 = (3234 + 1000) - 685 = 3234 + (1000 - 685) \\ = 3234 + 315 = 3549$$

- ① 引かれる数を二つに分ける。 $4234 = 3234 + 1000$
- ② 引く数を1000から引く。 $1000 - 685 = 315$
- ③ 3234と②を加える。 $3234 + 315 = 3549$

$$\begin{array}{r} 3234 \\ + 315 \\ \hline 3549 \end{array}$$

IV 掛け算

掛ける数の一の位の数が小さい2桁の暗算

$$47 \times 21 = 47 \times (20 + 1) = 47 \times 20 + 47 \times 1 = 940 + 47 = 987$$

掛けられる数

掛ける数

- ① 掛ける数の十の位と一の位を分ける。 $20 + 1$
- ② 別々に掛ける。 $47 \times 20 = 940$ $47 \times 1 = 47$
- ③ 二つの数をたす。 $940 + 47 = 987$

参考 分配の法則 $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$

掛ける数の一位の数が大きい2桁の暗算

$$43 \times 28 = 43 \times (30 - 2) = 43 \times 30 - 43 \times 2 = 1290 - 86 = 1204$$

- ① 掛ける数の十の位をキリの良い数にして差を引く. $30 - 2$
 ② 別々に掛ける. $43 \times 30 = 1290$ $43 \times 2 = 86$
 ③ 二つの数を引く. $1290 - 86 = 1204$
 参考 分配の法則 $A \times (B - C) = A \times B - A \times C$

5の倍数と偶数を掛ける時の2桁の暗算

$$26 \times 35 = 13 \times 2 \times 35 = 13 \times 70 = 910$$

- ① 掛けられる数を $\times 2$ または、 $\times 4$ にする. $26 = 13 \times 2$
 ② 掛ける数に2を掛ける. $2 \times 35 = 70$
 ③ 13と②を掛ける. $13 \times 70 = 910$

5を掛ける時の計算

$$478 \times 5 = 478 \times 10 \div 2 = 4780 \div 2 = 2390$$

- ① 掛ける数を $10 \div 2$ に変える.
 ② 掛けられる数を10倍する. $478 \times 10 = 4780$
 ③ ②を2で割る. $4780 \div 2 = 2390$

15を掛ける時の計算

$$36 \times 15 = 9 \times 4 \times 15 = 9 \times 60 = 540$$

- ① 掛けられる数を $\times 2$ または $\times 4$ に変える. 9×4
 ② ①の偶数と掛ける数を掛ける. $4 \times 15 = 60$
 ③ 9と②を掛ける. $9 \times 60 = 270$

25を掛ける時の計算

$$56 \times 25 = 56 \times 100 \div 4 = 5600 \div 4 = 1400$$

- ① 掛ける数を $100 \div 4$ に変える.
 ② 掛けられる数を100倍する. $56 \times 100 = 5600$
 ③ ②を4で割る. $5600 \div 4 = 1400$

4の倍数と75の掛け算

$$36 \times 75 = (9 \times 4) \times (3 \times 25) = 9 \times 3 \times 4 \times 25 = 9 \times 3 \times 100 = 2700$$

- ① 掛けられる数を×4に変える. $36 = 9 \times 4$
- ② 掛ける数を×25に変える. $75 = 3 \times 25$
- ③ 9と3を掛ける. $9 \times 3 = 27$
- ④ 100倍する. 2700

2つの数が11から19までの掛け算（少し難しい）

$$17 \times 14 = (17 + 4) \times 10 + 7 \times 4 = 210 + 28 = 238$$

- ① 掛けられる数と掛ける数の一の位をたす. $17 + 4 = 21$
- ② ①を10倍する. $21 \times 10 = 210$
- ③ 一の位どうしを掛ける. $7 \times 4 = 28$
- ④ ②と③をたす. $210 + 28 = 238$

証明 それぞれの数を $10 + a$, $10 + b$ とする.

$$\begin{aligned} (10 + a)(10 + b) &= 10 \times 10 + 10a + 10b + ab \\ &= 10 \{(10 + a) + b\} + ab \end{aligned}$$

十の位が同じ数の2桁の掛け算（少し難しい）

$$\begin{aligned} 34 \times 32 &= (34 + 2) \times 10 + 4 \times 2 = 36 \times 3 \times 10 + 8 \\ &= 1080 + 8 = 1088 \end{aligned}$$

- ① 掛けられる数とかける数の一の位の数をたす. $34 + 2 = 36$
- ② ①に十の位を10倍したのを掛ける. $36 \times 3 \times 10 = 1080$
- ③ 一の位どうしを掛ける. $4 \times 2 = 8$
- ④ ②と③を加える. $1080 + 8 = 1088$

証明 それぞれの数を $10a + b$, $10a + c$ とする.

$$\begin{aligned} (10a + b)(10a + c) &= 10a \times 10a + 10ab + 10ac + bc \\ &= 10a \{(10a + b) + c\} + bc \end{aligned}$$

2つの数の一の位が5の時の2桁の掛け算（少し難しい）

$$\begin{aligned} 25 \times 65 &= \{2 \times 6 + (2 + 6) \div 2\} \times 100 + 5 \times 5 \\ &= (12 + 8 \div 2) \times 100 + 5 \times 5 \\ &= (12 + 4) \times 100 + 5 \times 5 \\ &= 1600 + 25 = 1625 \end{aligned}$$

① 十の位どうしを掛ける. $2 \times 6 = 12$

② 十の位どうしをたして2で割る. $(2 + 6) \div 2 = 4$

小数になる時もある

③ ①と②をたして100倍する. $(12 + 4) \times 100 = 1600$

④ ③と25を加える. $1600 + 25 = 1625$

証明

$$(10a + 5)(10b + 5) = 100ab + 50a + 50b + 25 = 100 \{ ab + (a + b) \div 2 \} + 25$$

十の位が同じで一の位がたして10になる2桁の掛け算 (少し難しい)

$$72 \times 78 = 7 \times (7 + 1) \times 100 + 2 \times 8 = 5600 + 16 = 5616$$

① 十の位と、十の位に1をたした数を掛ける. $7 \times (7 + 1) = 56$

② ①を100倍する. $56 \times 100 = 5600$

③ 一の位どうしを掛ける. $2 \times 8 = 16$

④ ②と③をたす. $5600 + 16 = 5616$

証明 それぞれの数を $10a + b$, $10a + (10 - b)$ とする.

$$\begin{aligned} (10a + b) \{ 10a + (10 - b) \} &= 100a^2 + 10a(10 - b) + 10ab + b(10 - b) \\ &= 100a^2 + 100a - 10ab + 10ab + b(10 - b) \\ &= 100a(a + 1) + b(10 - b) \end{aligned}$$

一の位が同じで十の位がたして10になる2桁の掛け算 (少し難しい)

$$43 \times 63 = (4 \times 6 + 3) \times 100 + 3 \times 3 = 2700 + 9 = 2709$$

① 十の位どうしを掛ける. $4 \times 6 = 24$

② ①に一の位の数をたす. $24 + 3 = 27$

③ ②を100倍する. $27 \times 100 = 2700$

④ 一の位どうしを掛ける. $3 \times 3 = 9$

⑤ ③と④をたす. $2700 + 9 = 2709$

証明 それぞれの数を $10a + b$, $10(10 - a) + b$ とする.

$$\begin{aligned} (10a + b) \{ 10(10 - a) + b \} &= 100a(10 - a) + 10ab + 10b(10 - a) + b^2 \\ &= 100a(10 - a) + 10ab + 100b - 10ab + b^2 \\ &= 100a(10 - a) + 100b + b^2 \\ &= 100 \{ a(10 - a) + b \} + b^2 \end{aligned}$$

2つの数が100に近い時の掛け算（少し難しい）

$$96 \times 98 = \{100 - (4 + 2)\} \times 100 + 4 \times 2 = 94 \times 100 + 8 = 9408$$

- ① それぞれ100との差を計算する。 $100 - 96 = 4$ $100 - 98 = 2$
 ② 100から2つの数を引く。 $100 - (4 + 2) = 94$
 ③ ②を100倍する。 $94 \times 100 = 9400$
 ④ ①の2つの数を掛けた数をたす。 $9400 + 4 \times 2 = 9400 + 8 = 9408$

証明 それぞれの数を $100 - a$, $100 - b$ とする。

$$\begin{aligned} (100 - a)(100 - b) &= 100 \times 100 - 100a - 100b + ab \\ &= 100 \{100 - (a + b)\} + ab \end{aligned}$$

和と差の積の利用した掛け算

$$79 \times 81 = (80 - 1) \times (80 + 1) = 80 \times 80 - 1 = 6400 - 1 = 6399$$

- ① 和と差の積に変える。 $79 \times 81 = (80 - 1) \times (80 + 1)$
 ② 和と差の積の公式に従う。 $80 \times 80 - 1 \times 1 = 6400 - 1 = 6399$
 証明 それぞれの数を $10a - b$, $10a + b$ とする。

$$(10a - b)(10a + b) = 100a^2 - b^2$$

和と差の積の応用の掛け算

$$79 \times 82 = 79 \times (81 + 1) = 79 \times 81 + 79 = 6400 - 1 + 79 = 6478$$

- ① 掛ける数を分ける。 $82 = 81 + 1$
 ③ 和と差の積を利用する。 $79 \times 82 = 79 \times (81 + 1)$
 ③ 和と差の積の公式に従う。 $79 \times 81 + 79 = 6400 - 1 + 79 = 6478$

V 割り算

5で割る時の割り算

$$478 \div 5 = 478 \times 2 \div 10 = 956 \div 10 = 95.6$$



- ① 割られる数を2倍する。 $478 \times 2 = 956$
 ② 割る数を10で割る。 $956 \div 10 = 95.6$
 参考 $a \div 5 = a \times 2 \div 10$

25で割る時の割り算

$$3150 \div 25 = 3150 \times 4 \div 100 = 12600 \div 100 = 126$$

① 割られる数を4倍する. $3150 \times 4 = 12600$

② 100で割る. $12600 \div 100 = 126$

参考 $a \div 25 = a \times 4 \div 100$

125で割る時の割り算

$$9000 \div 125 = 9000 \times 8 \div 1000 = 72000 \div 1000 = 72$$

① 割られる数を8倍する. $9000 \times 8 = 72000$

② 1000で割る. $72000 \div 1000 = 72$

参考 $a \div 125 = a \times 8 \div 1000$

50で割る時の割り算

$$1450 \div 50 = 1450 \times 2 \div 100 = 2900 \div 100 = 29$$

① 割られる数を2倍する. $1450 \times 2 = 2900$

② 100で割る. $2900 \div 100 = 29$

参考 $a \div 50 = a \times 2 \div 100$

2つの数が同じ約数を持つ時の割り算

$$1800 \div 45 = (200 \times 9) \div (9 \times 5) = 200 \div 5 = 40$$

① それぞれの数を変形する. $1800 = 200 \times 9$ $45 = 9 \times 5$

② $\times 9$ を取って割る. $200 \div 5 = 40$

分数を利用した割り算①

$$2.4 \div 3.2 = \frac{2.4}{3.2} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$$

① 分数にし、分母と分子をそれぞれ10倍する.

② 約分する.

③ 計算する.

分数を利用した割り算②

$$63 \div 5 = \frac{63}{5} = \frac{63 \times 2}{5 \times 2} = \frac{126}{10} = 12.6$$

- ① 分数にし，分母と分子をそれぞれ2倍する．
- ② 10で割る．

分数を利用した割り算③

$$62 \div 25 = \frac{62 \times 4}{25 \times 4} = \frac{248}{100} = 2.48$$

- ① 分数にし，分母と分子をそれぞれ4倍する．
- ② 100で割る．

Ⅵ 混合計算

掛け算・割り算でキリのいい数字がある場合の計算

$$39 \div 52 \times 260 = 39 \times 260 \div 52 = 39 \times 5 = 195$$

- ① 計算の順番を入れ替える．
- ② $260 \div 52 = 5$
- ③ $39 \times 5 = 195$

同じ数がある場合で，分配の法則を利用した計算

$$48 \times 13 + 48 \times 17 = 48 \times (13 + 17) = 48 \times 30 = 1440$$

- ① 同じ数でくくる．
- ② () の中を先に計算する． $13 + 17 = 30$
- ③ $48 \times 30 = 1440$

参考 $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$

Ⅶ 分数を利用した小数の掛け算・割り算

下記の分数を利用して計算

$$0.2 = \frac{1}{5} \quad 0.4 = \frac{2}{5} \quad 0.04 = \frac{1}{25} \quad 0.5 = \frac{1}{2}$$

$$0.25 = \frac{1}{4} \quad 0.75 = \frac{3}{4} \quad 0.125 = \frac{1}{8} \quad 0.625 = \frac{5}{8}$$

$$0.1 = \frac{1}{10} \quad 0.05 = \frac{1}{20} \quad 0.15 = \frac{3}{20} \quad 0.35 = \frac{7}{20}$$

$$80 \times 0.75 = 80 \times \frac{3}{4} = 20 \times 3 = 60$$

$$56 \times 0.625 = 56 \times \frac{5}{8} = 7 \times 5 = 35$$

分数のたし算は全て通分しないで、相性の良いものからたす

$$\begin{aligned}\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{7} = \frac{5}{8} + \frac{1}{7} \\ &= \frac{35}{56} + \frac{8}{56} = \frac{43}{56}\end{aligned}$$

Ⅷ その他

車のナンバーを使った脳トレーニング

ゲーム 1

1. 車のナンバーのそれぞれの数字をたす.
2. 2桁以上になったら、さらにそれぞれの数をたす.
3. 1桁になったらその数字を言う.
4. 先に答えた人が勝ち.

例) 2 9 4 7 の場合 $2+9+4+7=22$
 $2+2=4$ (答え)

【すばやく答えを出すコツ】

9を取っても結果は変わらないから、始めから9を引いて計算する.
 (最後9のときはそのまま9が答え)

例) 2 9 4 7 の場合 2と7, 9をとる. 残り4 (答え)

ゲーム 2

1. 車のナンバーのそれぞれの数字を+, -, ×, ÷, () 等を使って, ちょうど10になる計算式を作る.
2. 先に式を作って答えた人が勝ち.

例) 2 6 8 5 の場合 $8+5-6\div 2=10$

まだまだ計算のコツはたくさんあります. 普段余分な計算をしない工夫をし, 脳トレーニングに役立てて下さい.

参考文献

- ・「公式集」矢野健太郎監修 科学新興社
- ・「計算力を強くする」鍵本聡著 講談社
- ・「インド式計算ドリル」中村亨著 晋遊舎