Bulletin of Toyohashi Sozo College
2005, No. 9, 47–50

企 業 の 行 動

今 井 久 登

1．はじめに

私たちの周りには様々の企業が存立している．その具体的な行動は日々の報道からも知ることができる．さらに実態調査研究も行われている．ところが経済学での企業の扱いは抽象的であり，現実をどれだけ反映しているのか必ずしも明らかではない．

ここでは経済学における基本的な企業の行動のモデルについて要約したい．これは参考文献を基にした筆者の教材研究であるが，更なる改善のもととしたい．

2．生産関数（1）

ここでは企業が2種類の変動的な生産要素 (X_1, X_2) および固定的な生産要素を使って1種類の製品Qを生産する場合を考える．企業の生産関数は製品の量qを変動的な生産要素の量(x_1, x_2) の関数として示す．つまり$q=f(x_1, x_2)$となる．ただしこの式は連続な1階と2階の偏導関数をもつ連続な関数であるとする．Qを生産するときのX_1の総生産性とはX_2をパラメータx_2一定としたときの生産要素X_1から得られるQの量である．つまり$q=f(x_1, x_2$一定$)$となる．X_1の平均生産性（average productivity, AP）とはその総生産性をX_1の量で割ったものである．つまり$AP=q/x_1=f(x_1, x_2$一定$)/x_1$となる．X_1の限界生産性（marginal productivity, MP）とはX_1の量が変化するときの総生産性の変化率である．つまり$MP=\partial q/\partial x_1=f_1(x_1, x_2$一定$)$となる．限界生産性逓減の法則とは他の生産要素の量が一定の場合にある生産要素の量が増加するとその生産要素の限界生産性は最後には低下するというものである．X_1の製品弾力性ω_1とはQの構成変化率をX_1の構成変化率で割ったものである．つまり$\omega_1=x_1/q*\partial q/\partial x_1=MP/AP$となる．等量線とはある生産量$q$一定をもたらす$X_1$と$X_2$のすべての組み合わせの点の軌跡である．つまり$q$一定$=f(x_1, x_2)$となる．技術的代替率（rate of technical substitution, RTS）とは等量線の傾きにマイナスの符号をつけたものである．つまり$RTS=-dx_2/dx_1$となる．生産関数の全微分は$dq=f_1dx_1+f_2dx_2$である．ただしここでf_1とf_2はX_1とX_2の限界生産性である．等量線の上では$0=dq=f_1dx_1+f_2dx_2$である．したがって$RTS=-dx_2/dx_1=f_1/f_2$である．生産関数が凸形の等量線をもっている場合には等量線に沿ってX_2をX_1で代替していくと技術的代替率$RTS=-dx_2/dx_1=f_1/f_2$および生産要

素の使用比率x_2/x_1はともに減少する．代替の弾力性σとは生産要素の使用比率x_2/x_1の構成変化率を技術的代替率f_1/f_2の構成変化率で割ったものである．つまり$\sigma=(f_1/f_2)/(x_2/x_1)*d(x_2/x_1)/d(f_1/f_2)$となる．さて$\partial(f_1/f_2)/\partial x_1=(f_{11}f_2-f_{12}f_1)/(f_2)^2$，$\partial(f_1/f_2)/\partial x_2=(f_{12}f_2-f_{22}f_1)/(f_2)^2$，である．等量線上の1階の条件より$0=dq=f_1dx_1+f_2dx_2$，よって$f_2dx_2=-f_1dx_1$である．したがって$\partial(f_1/f_2)/\partial x_2*dx_2=(-f_{12}f_2+f_{22}f_1)/(f_2)^3*f_1dx_1$である．以上のことより$d(f_1/f_2)=\partial(f_1/f_2)/\partial x_1*dx_1+\partial(f_1/f_2)/\partial x_2*dx_2=(f_{11}f_2f_2-f_{12}f_1f_2)/(f_2)^3*dx_1+(-f_{12}f_1f_2+f_{22}f_1f_1)/(f_2)^3*dx_1=-D/(f_2)^3*dx_1$となる．ただし$D=2f_{12}f_1f_2-f_{11}f_2f_2-f_{22}f_1f_1$である．また同様に等量線上の1階の条件$f_2dx_2=-f_1dx_1$を使って$d(x_2/x_1)=(dx_2*x_1-x_2dx_1)/x_1x_1=-(f_1x_1+f_2x_2)/f_2x_1x_1*dx_1$，となる．それで$d(x_2/x_1)/d(f_1/f_2)=f_2f_2(f_1x_1+f_2x_2)/x_1x_1D$となり，$\sigma=(f_1/f_2)/(x_2/x_1)*d(x_2/x_1)/d(f_1/f_2)=f_1f_2(f_1x_1+f_2x_2)/x_1x_2D$，となる．

3．コスト関数

ここでは企業が変動的な生産要素X_1とX_2を競争市場で一定の価格で購入する場合を考える．このとき企業のコストは$C=r_1x_1+r_2x_2+b$で示される．ただしここでr_1とr_2はX_1とX_2の価格であり，bは固定費である．等コスト線とは一定のコストで購入できる変動的な生産要素の組み合わせの軌跡である．つまり等コスト線とはC一定をパラメータとするとC一定$=r_1x_1+r_2x_2+b$で示される．この式を変形すると$x_2=(C一定-b)/r_2-r_1/r_2*x_1$となる．つまり等コスト線の傾きは生産要素の価格比率にマイナスの符号をつけたものである．第1に企業は一定のコストの下で生産量を最大にしようとする．このときのLagrange関数は$L_1=f(x_1, x_2)+\lambda_1(C一定-r_1x_1-r_2x_2-b)$である．1階の条件は$0=\partial L_1/\partial x_1=f_1-\lambda_1r_1$，$0=\partial L_1/\partial x_2=f_2-\lambda_1r_2$，$0=\partial L_1/\partial\lambda_1$，である．したがって$\lambda_1=f_1/r_1=f_2/r_2$となり，技術的代替率は$RTS=-dx_2/dx_1=f_1/f_2=r_1/r_2$となる．2階の条件はbordered Hessianがプラスであることである．第2に企業は一定の生産量の下でコストを最小にしようとする．このときのLagrange関数は$L_2=r_1x_1+r_2x_2+b+\lambda_2(q一定-f(x_1, x_2))$である．1階の条件は$0=\partial L_2/\partial x_1=r_1-\lambda_2f_1$，$0=\partial L_2/\partial x_2=r_2-\lambda_2f_2$，$0=\partial L_2/\partial\lambda_2$，である．したがって$\lambda_2=r_1/f_1=r_2/f_2$となり，やはり技術的代替率は$RTS=-dx_2/dx_1=f_1/f_2=r_1/r_2$となる．等量線と等コスト線の接点では技術的代替率と生産要素の価格比率が等しい．したがって2階の条件がみたされる場合にはその接点は企業の双対問題の解を示す．このような接点の軌跡を企業の拡張経路という．そこで企業の拡張経路を$g(x_1, x_2)=0$で示す．第3に企業は生産量qとコストCを操作変数としてその利益πを最大にしようとする．ここで企業の利益πは$\pi=pq-C=pf(x_1, x_2)-r_1x_1-r_2x_2-b$である．このとき1階の条件は$0=\partial\pi/\partial x_1=pf_1-r_1$，$0=\partial\pi/\partial x_2=pf_2-r_2$である．したがって$pf_1=r_1$，$pf_2=r_2$となる．企業のコスト関数$C=\phi(q)+b$を企業の生産関数$q=f(x_1, x_2)$，コストの式$C=r_1x_1+r_2x_2+b$，企業の拡張経路$g(x_1, x_2)=0$，の3つから導き出すことができる．ただしここで$\phi(q)$は変動費，$b$は固定費である．平均総コスト（average total cost, ATC），平均変動費（average variable cost, AVC），平均固定費（average fixed cost, AFC）を$ATC=(\phi(q)+b)/q$，$AVC=\phi(q)/q$，$AFC=b/q$で示す．また限界コスト（marginal cost, MC) を$MC=dC/dq=\phi'(q)$で示す．このとき企業の利益は$\pi=pq-\phi(q)-b$となる．したがって1階の条件は$0=d\pi/dq=p-\phi'(q)$である．つまり企業は製品の価格pと限界コスト$\phi'(q)$を等しくしなければならない．2階の条件は$0>d_2\pi/(dq)^2=-d_2C/(dq)^2$である．つまり利益が最大となる生産量の点で限界コストは逓増していなければならない．長期については企業は固定的な生産要素の量も変更できる．つまり特定の短期のコスト関数を選択することができる．企業の長期のコスト関数はいくつかの選択可能な短期のコスト関数の包絡線である．

4．生産関数（2）

企業の生産関数が収穫一定とはすべての変動的な生産要素の使用量（x_1, x_2）を同じ比率kで変化させると生産量qが同じ比率kで変化することである．つまり$kq=f(kx_1, kx_2)$となる．これをkについて微分すると$q=f_1x_1+f_2x_2$となる．これをEulerの定理という．この式の両辺をqで割ると$1=x_1/q*f_1+x_2/q*f_2$となる．つまり各生産要素の製品弾力性$\omega_i=x_i/q*\partial q/\partial x_i$ $(i=1, 2)$の和は1に等しい．Eulerの定理を解釈すると各生産要素に対してその物的限界生産性に等しい報酬f_1x_1とf_2x_2が支払われる場合には製品の全体qがちょうど配分しつくされるということになる．また$q=f_1x_1+f_2x_2$の全微分は$dq=(f_{11}x_1+f_1+f_{12}x_2)dx_1+(f_{12}x_1+f_{22}x_2+f_2)dx_2$である．これを$x_1$について偏微分すると$f_1=f_{11}x_1+f_1+f_{12}x_2$，つまり$f_{11}x_1=-f_{12}x_2$となる．またこれを$x_2$について偏微分すると$f_2=f_{12}x_1+f_{22}x_2+f_2$，つまり$f_{22}x_2=-f_{12}x_1$となる．このとき$x_1x_2(2f_{12}f_1f_2-f_{22}f_1f_1-f_{11}f_2f_2)=2f_{12}f_1x_1f_2x_2+f_{12}(f_1x_1)^2+f_{12}(f_2x_2)^2=f_{12}(f_1x_1+f_2x_2)^2$となる．したがって代替の弾力性は$\sigma=f_1f_2/f_{12}q$となる．CES生産関数は収穫一定であり，代替の弾力性σが一定である生産関数である．CES生産関数は$q=A(\alpha x_1'-\rho+(1-\alpha)x_2'-\rho)'(-1/\rho)$と示される．ただしここで2つのパラメータ$A$と$\alpha$は$A>0$および$0<\alpha<1$をみたす．各生産要素を$k$倍するとこの生産関数は収穫一定であることがわかる．CES生産関数の等量線は代替の弾力性がゼロである場合には直角をなしている．またそれは代替の弾力性がプラス無限大である場合には直線になる．これら2つの場合の中間に様々のものがある．CES生産関数を自然対数の形で示すと$\log q-\log A=-(1/\rho)*\log(\alpha x_1'-\rho+(1-\alpha)x_2'-\rho)$となる．したがってL'Hopitalの公式より$\rho\to 0$のとき$\log q-\log A=(\alpha x_1'-\rho*\log x_1+(1-\alpha)x_2'-\rho*\log x_2)/(\alpha x_1'-\rho+(1-\alpha)x_2'-\rho)=\alpha\log x_1+(1-\alpha)\log x_2$，つまり$q=Ax_1'\alpha*x_2'(1-\alpha)$となる．このCobbとDouglasの生産関数の代替の弾力性は$\sigma=f_1f_2/f_{12}q=1$である．CES生産関数のX_1の限界生産性は$f_1=\partial q/\partial x_1=\alpha/A'\rho*(q/x_1)'(\rho+1)$である．$X_2$の限界生産性は$f_2=\partial q/\partial x_2=(1-\alpha)/A'\rho*(q/x_2)'(\rho+1)$である．したがって双対問題の1階の条件より技術的代替率は$RTS=-dx_2/dx_1=f_1/f_2=\alpha/(1-\alpha)*(x_2/x_1)'(\rho+1)=r_1/r_2$である．つまりCES生産関数の場合には生産要素の使用比率と価格比率とは対数線形の関係がある．

5．製品の多角化

ここでは企業が1種類の生産要素Xを使って2種類の製品Q_1とQ_2を生産する場合を考える．この企業の生産関数を$x=h(q_1, q_2)$で示すことができるものとする．ただしここでxはX，q_1はQ_1，q_2はQ_2の量を示す．一定のXの使用量x一定で生産できる2種類の製品の組み合わせの軌跡x一定$=h(q_1, q_2)$を製品変換曲線という．製品変換曲線は原点から見て凹であることが多い．製品変換曲線の接線の傾きにマイナスの符号をつけたものを製品変換率（rate of product transformation，RPT）という．つまり$RPT=-dq_2/dq_1$である．この企業の生産関数の全微分は$dx=h_1dq_1+h_2dq_2$である．製品変換曲線の上では生産要素の量xは変わらない．したがって$0=dx=h_1dq_1+h_2dq_2$となり，$RPT=-dq_2/dq_1=h_1/h_2$となる．さてそこで$\partial(h_1/h_2)/\partial q_1=(h_{11}h_2-h_{12}h_1)/(h_2)^2$である．また$\partial(h_1/h_2)/\partial q_2=(h_{12}h_2-h_{22}h_1)/(h_2)^2$である．1階の条件より$-h_2dq_2=h_1dq_1$であるので$\partial(h_1/h_2)/\partial q_2*dq_2=(-h_{12}h_1h_2+h_{22}h_1h_1)/(h_2)^3*dq_1$である．したがって$d(h_1/h_2)=\partial(h_1/h_2)/\partial q_1*dq_1+\partial(h_1/h_2)/\partial q_2*dq_2=(h_{11}h_2h_2-2h_{12}h_1h_2+h_{22}h_1h_1)/(h_2)^3*dq_1$である．ここでRPTの変化率は$-d_2q_2/(dq_1)^2=d(h_1/h_2)/dq_1=(h_{11}h_2h_2-2h_{12}h_1h_2+h_{22}h_1h_1)/(h_2)^3$となる．この値がプラスであれば製品変換曲線の上を左から右へ移動するとRPTは増大することになる．つまりこのとき製品変換曲線は原点から見て凹になる．この企業の収益は$R=p_1q_1+p_2q_2$で示される．ただしここでp_1とp_2はそれぞれQ_1とQ_2の価格である．等収益線とは一定の収益R一定をもたらす2種類の製品の組み合わせの軌跡R一定$=p_1q_1+p_2q_2$である．この式を変形すると$q_2=R$一定$/p_2-p_1/p_2*q_1$となる．つまり等収益線の傾きは製品の価格比率にマイナスの符号をつけたものである．この企業がXの一定量x一定を使って収益Rを最大にするときのLagrange関数は$L=p_1q_1+p_2q_2+\lambda(x$一定$-h(q_1,q_2))$である．この1階の条件は$0=\partial L/\partial q_1=p_1-\lambda h_1$，$0=\partial L/\partial q_2=p_2-\lambda h_2$，$0=\partial L/\partial\lambda$，である．したがって$\lambda=p_1/h_1=p_2/h_2$であり，$RPT=h_1/h_2=p_1/p_2$となる．つまりRPTが製品の価格比率と等しくなる．これは図で見ると製品変換曲線と等収益線の接点である．実はこの接点は収益を一定としたときの生産要素の最小化の問題の解である．このような接点の軌跡を製品の拡張経路という．企業の利益は$\pi=p_1q_1+p_2q_2-rh(q_1, q_2)$である．ただしここで$r$は生産要素$X$の価格である．利益最大化の1階の条件は$0=\partial\pi/\partial q_1=p_1-rh_1$, $0=\partial\pi/\partial q_2=p_2-rh_2$，である．したがって$r=p_1/h_1=p_2/h_2$であるので，$r=p_1*\partial q_1/\partial x=p_2*\partial q_2/\partial x$となる．つまり各製品についての生産要素$X$の限界生産性の価値は$X$の価格と等しくなければならない．

参考文献

Henderson, J. and R. Quandt 1971, Microeconomic Theory, second edition, McGraw-Hill.