

# 消費者の行動

今井久登

## 1. はじめに

近年長引く不況の中で消費者はその支出を切り詰めているといわれている。その背景としては多くの企業が経営上の理由からその従業員をリストラせざるをえないということがあつた。このような状況の下では私たち消費者は安心して暮らしていくことができない。

そこでここでは回り道ではあるが、そもそも消費者の行動とはどのようなものなのかについて考えてみたい。

## 2. 消費者の効用

まずここでは消費者の買う商品の種類が2つである場合を考える。このとき消費者の序数的な効用関数は $u=f(q_1, q_2)$ である。ただし $q_1$ と $q_2$ は2種類の商品 $Q_1$ と $Q_2$ の消費量である。 $f$ は連続であり、その1階および2階の偏導関数も連続であるものとする。多くの場合、 $q_1$ と $q_2$ についての増加関数を効用関数として使うことができる。いくつかの商品のある特定の組み合わせに対して与えられる効用の数値が $u$ であるということは次の2つのことを意味する。①この組み合わせが $u$ より小さい効用の数値を与えられているすべての組み合わせよりも好まれる。②この組み合わせが $u$ より大きい効用の数値を与えられているすべての組み合わせよりも好まれない。効用関数はある指定された期間の消費に関連して定義される。

ある一定の効用の水準は $Q_1$ と $Q_2$ の多くの異なる組み合わせによって実現できる。このことを式で示すと $u=f(q_1, q_2)$ となる。ただしここで $u$ は定数である。効用関数は連続であるからこの式を満たす $Q_1$ と $Q_2$ の組み合わせは限りなくある。消費者がちょうど同じ水準の満足を得るような商品の消費量のすべての組み合わせの軌跡を無差別曲線という。様々の異なる水準の効用に対応する無差別曲線の集まりを無差別曲線図という。 $q_1q_2$ 平面のプラスの象限の各点は必ずある1つの無差別曲線の上にある。多くの場合に図の北東の方向に進むにつれて無差別曲線はより大きい効用の水準に対応する。また無差別曲線が互いに交わることはない。

効用関数の全微分は $du=f_1dq_1+f_2dq_2$ と示される。ただし $f_1$ と $f_2$ はそれぞれ $q_1$ と $q_2$ についての $u$ の偏導関数である。無差別曲線に沿って動くときには効用の変化の合計はゼロに等し

いので  $0 = du = f_1 dq_1 + f_2 dq_2$  である。したがってこのとき  $RCS = -dq_2/dq_1 = f_1/f_2$  となる。ただしここで  $RCS$  は  $Q_1$  と  $Q_2$  の商品代替率 (rate of commodity substitution) であり、この値は偏導関数の比率に等しい。基数的な効用関数を使う分析では偏導関数  $f_1$  と  $f_2$  は商品  $Q_1$  と  $Q_2$  の限界効用である。序数的な効用関数を使う分析では個々の限界効用の数値には意味がない。ただし序数的な効用関数の場合でも限界効用の符号とその比率には意味がある。たとえば  $f_1$  の値がプラスであるということは  $q_1$  の増加が消費者の効用の水準を高め、それによって消費者がより高い無差別曲線に達することを意味する。

すべての消費者についてその効用関数としての役割を果たす実数値関数が存在するかどうかはわからない。消費者の選好を効用関数という形で表現できるためには選好システムがある種の条件をみたさなければならない。消費者が利用できる商品の組み合わせを  $A_1, A_2, A_3, \dots$  とする。効用関数が存在するための条件は次の5つである。

- ① 消費者の選好がはっきりしている。たとえば  $A_1$  と  $A_2$  についてどちらかを好むかまたは同じくらい好むかはっきりしている。
- ② 消費者の選好が変わらない。たとえば  $A_1$  についての選好は変わらない。
- ③ 消費者の選好がジャンケンのようにならない。たとえば  $A_1$  は  $A_2$  より好まれ、 $A_2$  は  $A_3$  より好まれるのであれば  $A_1$  は  $A_3$  より好まれる。
- ④ 消費者が利用できる商品の組み合わせの集合は連結である。たとえば  $A_1$  と  $A_2$  の間の点も利用できる。
- ⑤ 消費者の選好があるところでジャンプしたりしない。

### 3. 予算制約のもとで

ここで消費者は自分に最大の効用をもたらす商品  $Q_1$  と  $Q_2$  の組み合わせを購入しようとする。消費者の予算制約を  $y = p_1 q_1 + p_2 q_2$  とかくことができる。ただし  $y$  は消費者の予算であり、 $p_1$  と  $p_2$  はそれぞれ商品  $Q_1$  と  $Q_2$  の価格である。消費者は予算制約の下で効用を最大にしようとする。予算制約の式を変形すると  $q_2 = (y - p_1 q_1) / p_2$  となる。これを効用関数の式に代入すると  $u = f(q_1, (y - p_1 q_1) / p_2)$  となる。効用最大化のための1階の条件より  $0 = \delta u / \delta q_1 = f_1 + f_2 (-p_1 / p_2)$  となる。したがってこのとき  $RCS = f_1 / f_2 = p_1 / p_2$  となる。つまり商品代替率 = 限界効用の比率が価格比率と等しくなければならない。効用最大化のための2階の条件より  $0 > d_2 u / (dq_1)^2 = f_{11} + 2f_{12} (-p_1 / p_2) + f_{22} (-p_1 / p_2)^2$  となる。したがって1階の条件より  $0 > d_2 u / (dq_1)^2 = f_{11} + 2f_{12} (-f_1 / f_2) + f_{22} (-f_1 / f_2)^2 = (f_1 f_2 f_2 - 2f_{12} f_1 f_2 + f_{22} f_1 f_1) / (f_2)^2$  となる。ところで無差別曲線の上では  $RCS = -dq_2 / dq_1 = f_1 / f_2$ 、よって  $dq_2 / dq_1 = -f_1 / f_2$  であった。したがって無差別曲線の傾きの変化率は  $d_2 q_2 / (dq_1)^2 = -f_{11} / f_2 + f_{12} f_{12} / (f_2)^2 - f_{12} / f_2 * (dq_2 / dq_1) + f_{12} f_{22} / (f_2)^2 * (dq_2 / dq_1) = -f_{11} / f_2 + 2f_{12} f_{12} / (f_2)^2 - f_{12} f_{12} f_{22} / (f_2)^3 = -(f_1 f_2 f_2 - 2f_{12} f_1 f_2 + f_{22} f_1 f_1) / (f_2)^3 = -1 / f_2 * (d_2 u / (dq_1)^2) > 0$  (なぜなら2階の条件と  $f_2 > 0$  より) となる。

多くの場合に無差別曲線の傾きの変化率は広い範囲の  $q_1$  と  $q_2$  のマイナスでない値に対してプラスであると仮定されている。この仮定は無差別曲線の形に制限を課す。この制限により

広い範囲の $p_1/p_2$ の値に対して2階の条件がみたされ、効用の最大値が大域的な最大値であることを保証できる。2種類の商品の場合には2階の偏導関数 $d_2q_2/(dq_1)^2$ がプラスであるという仮定は各無差別曲線について $q_2$ は $q_1$ の狭義の凸関数である、つまり原点に対して凸であることを意味する。凸形の無差別曲線の仮定は消費者の商品代替率が無差別曲線に沿って左から右に移動するにつれて減少することを意味する。無差別曲線のマイナスの傾きは $Q_2$ のかわりに $Q_1$ を代替するにつれてより大きく、絶対値ではより小さくなる。無差別曲線はより水平になり、その傾きの絶対値である商品代替率は減少する。

以上と同じ結論はLagrangeの乗数法を使って導き出すことができる。効用関数 $u=f(q_1, q_2)$ と予算制約式 $y=p_1q_1+p_2q_2$ からLagrange関数 $L=f(q_1, q_2)+\lambda(y-p_1q_1-p_2q_2)$ をつくる。ただしここで $\lambda$ はLagrangeの乗数である。このとき1階の条件より $0=\delta L/\delta q_1=f_1-\lambda p_1$ ,  $0=\delta L/\delta q_2=f_2-\lambda p_2$ ,  $0=\delta L/\delta \lambda=y-p_1q_1-p_2q_2$ , となる。これらの前の2つの式より $f_1/f_2=p_1/p_2$ となる。また2階の条件はbordered Hessianがプラスであることである。したがって $0 < -f_{11}p_2p_2+2f_{12}p_1p_2-f_{22}p_1p_1=-(f_{11}f_2f_2-2f_{12}f_1f_2+f_{22}f_1f_1)/\lambda\lambda$ であり、 $0 > f_{11}f_2f_2-2f_{12}f_1f_2+f_{22}f_1f_1$ , となる。

#### 4. 代替効果と所得効果

消費者の効用関数は一義的ではない。ある特定の関数が消費者の選好を適切に示すのであればこの関数の単調な変換関数も同じようにこの消費者の選考を示す。効用関数は単調な変換を除いては一義的である。ある商品に対する消費者の普通需要関数はその人の効用最大化の条件から導き出すことができる。普通需要関数は需要量をすべての価格と消費者の予算の関数として示すものである。普通需要関数はすべての価格と予算についてゼロ次同次である。つまりすべての価格と消費者の予算が同じ比率で変化したときには需要量は変化しない。ある商品に対する消費者の補償された需要関数とはある価格が変化したときにその人が当初の効用水準を維持するようにその人の予算を増減するという仮定の下で導出される需要関数である。補償された需要関数はすべての価格についてゼロ次同次である。

つまりすべての価格が同じ比率で変化したときには補償された需要量は変化しない。

ここで2種類の商品 $Q_1$ と $Q_2$ についてその購入量を $q_1$ と $q_2$ 、市場での価格を $p_1$ と $p_2$ 、消費者の予算を $y$ 、消費者の効用を $u=f(q_1, q_2)$ とする。このときLagrange関数は $L=f(q_1, q_2)+\lambda(y-p_1q_1-p_2q_2)$ となる。ただし $\lambda$ はLagrangeの乗数である。この場合の1階の条件は $0=\delta L/\delta q_1=f_1-\lambda p_1$ ,  $0=\delta L/\delta q_2=f_2-\lambda p_2$ ,  $0=\delta L/\delta \lambda=y-p_1q_1-p_2q_2$ , である。これらを全微分すると $f_{11}dq_1+f_{12}dq_2-p_1d\lambda=\lambda dp_1$ ,  $f_{21}dq_1+f_{22}dq_2-p_2d\lambda=\lambda dp_2$ ,  $-p_1dq_1-p_2dq_2=-dy+q_1dp_1+q_2dp_2$ , となる。したがってこのときのbordered Hessianを $D$ 、その第 $i$ 行第 $j$ 列の余因子を $D_{ij}$ とするとCramerの公式より $dq_1=(D_{11}\lambda dp_1+D_{21}\lambda dp_2+D_{31}(-dy+q_1dp_1+q_2dp_2))/D$ , となる。ここで $p_2$ と $y$ とは変化しない、つまり $0=dp_2=dy$ とすると $\delta q_1/\delta p_1=D_{11}\lambda/D+q_1D_{31}/D$ , となる。また $p_1$ と $p_2$ とは変化しない、つまり $0=dp_1=dp_2$ とすると $\delta q_1/\delta y=-D_{31}/D$ , となる。また効用 $u$ が変わらない、つまり $0=du$ とすると1階の条件より

$0 = du = f_1 dq_1 + f_2 dq_2 = \lambda(p_1 dq_1 + p_2 dq_2) = -\lambda(-dy + q_1 dp_1 + q_2 dp_2)$ , よって  $0 = -dy + q_1 dp_1 + q_2 dp_2$  となる. したがって  $(\delta q_1 / \delta p_1)$  効用一定  $= D_{11} \lambda / D$  である. 以上のことから  $\delta q_1 / \delta p_1 = (\delta q_1 / \delta p_1)$  効用一定  $-q_1 (dq_1 / dy)$  価格一定, となる. この式を Slutsky 方程式という. ここで  $(\delta q_1 / \delta p_1)$  効用一定を代替効果,  $-q_1 (dq_1 / dy)$  価格一定を所得効果という.

一般に代替効果とは消費者が同じ無差別曲線に沿って移動するときにある商品を他の商品に代替する比率を示す. 所得効果とは代替効果を除く残りの効果である. その商品自身の代替効果はマイナスである. 所得効果がプラスである商品を下級財という. さらに所得効果と代替効果の和がプラスである商品を Giffen 財という. クロスの代替効果とはある商品の価格が変化したときの他の商品の需要に与える代替効果である. 2種類の商品についてクロスの代替効果がプラスのものを代替財, マイナスのものを補完財という.

## 5. 示された選好および不確実性

いままでは消費者が効用関数をもっていると仮定していた. 消費者の行動がある種の公理に合致すればその消費者の行動からその人の無差別曲線図の存在と性質を推論できる. ここで  $n$  種類の商品があるものとする. ある特定の価格の組  $p_1, 0, \dots, p_n, 0$  を  $P_0$  で示し, この価格に対応するある消費者の購入量を  $Q_0$  で示す. この消費者の総支出額は  $P_0 Q_0 = p_1 q_1 + \dots + p_n q_n$  である. 価格が  $P_0$  のときにこの消費者が買うことのできる別の商品の組み合わせを  $Q_1$  とし, その人はこの組み合わせを買わなかったとする.  $Q_1$  の組み合わせを買うための総支出額は価格が  $P_0$  のときには  $Q_0$  を買うための総支出額より大きくはない. つまり  $P_0 Q_1 \leq P_0 Q_0$  である.  $Q_0$  は少なくとも  $Q_1$  の商品の組み合わせと同じだけの金額がかかり, しかも消費者は  $Q_1$  の組み合わせを選択しなかったのであるから  $Q_0$  は  $Q_1$  よりも選好されることが示された (revealed) のである. もし  $Q_0$  が  $Q_1$  よりも選好されることが示されたときには  $Q_1$  が  $Q_0$  よりも選好されることが示されることはない. このことを示された選好の弱い公理という.  $Q_1$  が  $Q_0$  よりも選好されることが示されるということは  $Q_0$  と  $Q_1$  のどちらかを消費者が買うことができる価格のもとでその消費者が  $Q_1$  の組み合わせを買うということである. つまり  $P_1 Q_0 \leq P_1 Q_1$  のときに消費者が  $Q_1$  を買えば  $Q_1$  が  $Q_0$  よりも選好されることが示される. したがって示された選好の弱い公理とは  $P_0 Q_1 \leq P_0 Q_0$  ならば  $P_1 Q_0 > P_1 Q_1$  であるということである.  $Q_0$  が  $Q_1$  よりも選好されることが示され,  $Q_1$  が  $Q_2$  よりも選好されることが示されるときには  $Q_2$  が  $Q_0$  よりも選好されることが示されることはない. このことを示された選好の強い公理という. 示された選好の理論では仮想的に価格と予算の状況を消費者に提示し, それに対するその人の選択を観察することによって結論を導く. 消費者の行動が示された選好の公理をみたまつ場合には過去の選択に基づいてその人の無差別曲線を導き出し, またその人の将来の選択を予測することができる.

次に不確実な状況を消費者がどのように評価するのかについて考える. Von Neumann と Morgenstern は彼らの著書 Theory of Games and Economic Behavior の中で次の5つの公理を提示した. ①2つのありうる将来の期待される状況を示された消費者はそれらのうちで

どちらかを選好するかまたは同じくらいに評価するかを決めることができる。②そのように示された選好の順序は推移的である。つまりもしAがBよりもよく、BがCよりもよいのであればAはCよりもよい。③同じくらいに評価される2つの状況のすべての確率的な組み合わせは同じように評価される。④もしA, B, Cが②の条件をみたすのであればBと同じくらいに評価されるようなAとCのある確率的な組み合わせが存在する。これは連続性の仮定である。⑤もし $0 \leq p \leq 1$ であり、AとBが同じくらいに評価されるのであれば $pA + (1-p)C$ と $pB + (1-p)C$ とは同じくらいに評価される。これらの5つの公理がみたされる場合には不確実な状況に対する消費者の評価を示す効用関数を導き出すことができる。

#### 【参考文献】

Henderson, J. and R. Quandt 1971, *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, second edition, McGraw-Hill.