

人口予測の数学モデル

序論

稲田 充男

キーワード：人口，個体群，モデル

1. はじめに

生物を対象とする自然科学である生物学のなかにあつて、生態学は生物世界の一側面である植物と動物と環境の間の相互関係を研究する。生物の基本的性質は、生命をもち、生活をし、成長することである。ただ生物個体はそれ自体、生活の基本単位であるが、単独では増殖はおろか生存すらできない。生物の生活は集団のなかで営まれ、一定の地域に住む生物の間には幾重もの相互作用があり、さらに環境との相互関係が加わる。生物個体の集合を個体群という。個体群は多くの共通の性質をもち、生活内容が類似する個体が相互に関係しあう系を形成する。(同一の種からなつて自由に交配できる個体が連関を形成する場合は同種個体群といい、種が違っていても生活様式が類似するため個体同士の間に相互関係が認められる集団を異種個体群という。)そのような個体群について生態学では、いろいろ種の個体数を研究し、その変動を解析する記述する数学モデルを展開してきた。ただそこで展開される数学モデルはおおむね粗いものである。

個体群は複雑で多くの構成体から作られている。また、個体群変化の観測には限界がある。さらに、観測された個体群変動を説明する要因が何であるかは必ずしも明らかでない。それゆゑ、研究者が理解に勉めているものすら動物植物のうちで最も単純なものにすぎない。生物世界の単純なモデルによって、その個体群成長を正確に予測することは難しい。しかし、単純なモデルを論じることが、ばね質点系が現代の量子、原子、核物理学において重要であるように、生物学において重要であると十分期待される。

本論の目的は、個体群の観測データとして人口をとりあげ、その動態をモデル化し、その有用性を検討することである。ここでは、用いる個体群モデルの基本的な仮定ならびに個体群モデルの系譜について概観する。

2. 個体群モデル

世界の人口の動態とは特定の区域における一種個体群の変動、すなわち個体群の成長であ

る。個体群の成長とは、構成要素である個体数の増加ならびに全個体の総重量(生物量)の増加を意味するが、本論では当然前者を対象とする。なお、「成長」には「生長」という用語がある。かつては、動物に対しては成長、植物に対しては生長が使われた。現在は、生長、成長ともまったく区別なしに使われているが、成長は生物学だけでなく、結晶成長、経済成長など他分野でも一般的であり、ここでも成長とした。また、成長には「時間に伴う数量の変化」をみる絶対成長と、「成長する生物個体の全体の大きさまたは部分の大きさの成長と個体のある部分の大きさの成長の関係」をみる相対成長がある。世界の人口動態とは時間とともに変化する個体数を調べることであり、数量の時系列的な変化である。グラフの横軸に時間を、縦軸に数量の変化をとるいわゆる成長曲線を研究の対象とし、それは時間の関数であると考えられる。

量の変化を記述することを解析またはその数学と考えると、量の変化の記述には微分方程式を用いるのが一般的である。それゆえ、解析というのは微分方程式をたて、それを解いて量の変化の様子を調べることの別名になっているほどである。しかし微分法の発明以後には、個体数の変化などの量の変化は差分法則で記述されていたであろうと想像される。成長のような非線型の現象を記述する場合、微分方程式と差分方程式では大変な違いがある。このことはカオスの発見によって示された。カオスとは次のように理解すればよいであろう。

『決定論的な方程式によって記述される数学的現象でありながら、極めて不規則な挙動を示す解をもち、そのふるまいはほとんど予測不可能である、という事態が生じることがある。硬貨を投げて、表が出るか裏が出るかをひとつの事象とし、そうした事象の列を考えると、これは、もっとも簡単な、予見不可能な事象である。こうした試行列のことをベルヌーイ試行と呼んでいる。「カオス」現象とは、決定論的な過程から生じ、しかもその発展がベルヌーイ試行のように予見不可能な事象列と同じような複雑な挙動を示す数学的現象を意味する言葉である。「カオス」の数学的な定義はもちろんあるが、ここでは、「カオス」ということばを、こうした不規則で複雑な数学現象をばくぜんという意味するものとしておきたいと思う。』(山口, 1981)

カオスは数学的現象の名前であるが、その存在が認識されるまでには、数学の研究ではなくて、実際の現象の研究、特にその数学モデルとの関わり合いが重要な役割をはたしてきた。次に、この概念が発見された道筋を、個体群成長モデルの研究から見直してゆく。

3. 個体群成長モデルの系譜

生物個体群の成長については、「人口は、制限せられなければ、幾何級数的に増加する」という命題のもとに人口論を展開したマルサスのモデルがある。このモデルは環境に制限がなく、個体数が一定の率で無限に増える場合を想定したもので、個体数 u を時刻 t の関数としての線型常微分方程式

$$\frac{du}{dt} = ru$$

で表される。ここで r は内的自然増加率と呼ばれ、微小な時間における瞬間増加率を表す正の定数である。いま、 u_0 を $t=0$ のときの初期値とすると、その解は

$$u(t) = u_0 e^{rt}$$

となる。なお、このモデルは一般に「マルサスのモデル」といわれているが、式そのものは1677年イギリスの人口学者ヘールによってたてられた。よって、伊藤(1994)のいうように「ヘール・マルサスのモデル」と呼ぶほうがよいであろう。

このモデルは、バクテリア等の分裂による増殖の様子を記述するのに適当であることもよく知られている。しかし少し大きい生物の個体群を一定の場所で飼う場合には、密度が増えるにしたがって増殖率が個体数の関数として減少し、飽和的になることが知られている。マルサスも幾何級数的に増加する人口に、生活資料の生産が追いつかなければ、そのために人口の増加は停滞すると考えていた。このような場合にあてはまる微分方程式はヘール・マルサスのモデルを修正した次のロジスティック方程式である。

$$\frac{du}{dt} = (r-hu)u \quad (r, h \text{ は正の定数})$$

ここで、 $h=r/K$ とおくと、

$$\frac{du}{dt} = r\left(\frac{K-u}{K}\right)u$$

となる。ここで K は環境抵抗によって規制される個体群成長の限界であるが、食物の供給量や空間の余裕など生活費源の総量によって決まることが多く、環境収容力とか飽和密度と呼ばれるものである。ロジスティック方程式の解は

$$u(t) = \frac{K}{1+e^{a-rt}} \quad (a \text{ は初期値にかかわる定数})$$

である。この方程式は1838年ベルギーの数学者フェルフルスト(文献によってはヴェルハルストと書くこともある。)によって見つけられた。しかしその後注目されず、1920年アメリカの人口学者パールによって再発見された。それゆえこのモデルをフェルフルスト・パールのロジスティックモデルと呼ぶ。

ロジスティックモデルは時間について単調増加で、変曲点通過後、飽和密度に漸近する、いわゆるS字型の曲線(シグモイド)である。この形とは異なり、飽和に達する前に減衰振動や周期振動が起こり、時間に対して単調でない現象が種々の生物で認められている。このことについて、ロジスティック方程式を離散化して差分方程式に直す方法が考えられる。ただし、差分方程式に直す方法は無限にある。その中で最も素直でよく知られているのはオイラーの差分法である。

ロジスティックモデルにおいて

$$u(n\Delta t) = u_n$$

とおけば

$$\frac{u_{n+1}-u_n}{\Delta t} = (r-hu_n)u_n$$

となる。これはロジスティックモデルの右辺はそのまま、左辺の微分商を差分商におきかえ

たものである。この差分方程式について数理生態学者 R. メイはコンピュータ実験を試みた。メイが試みた数値実験の結果、式に含まれるパラメータの値を変化させると、解の様相が大きく変化することを認めた。すなわち、パラメータの値によって、絶滅、飽和、減衰振動、周期振動がおこることをつきとめた。減衰振動や周期振動を伴うモデルについては、特に一般的な名称はないが、ここではロジスティックモデルに対して「サイクルモデル」と呼ぶことにする。

ロジスティックモデルでは人口の増え方を、無限の時間が経過して最大の飽和値に達するとみなした。一方、サイクルモデルでは、有限時間で最大に達し、ある値があって、この値より人口が低い間は人口の増えることが増殖率を増やす役目をし、この値を過ぎると、人口増が逆に時間おくれを伴った、増殖率の低下を引き起こすと考えられる。「安定化をシステムが目指して動いてゆくとき、それは反対に不安定化に導かれる」(山口, 1979)ということであろう。

なお、メイのコンピュータによる数値実験の結果が、カオス理論の初期の成果として名高い「リー・ヨークの定理」につながっていく。カオスの現象はその後、世界中で膨大な数の研究がなされた。それらの研究の蓄積の上に「複雑系の科学」の志向が生まれ、現在各方面で盛んに研究されている。

4. 世界人口の限界

地球には、人間が住める土地は無限にあるわけではない。作物を栽培できる土地にもかぎりがある。地表での人口分布に着目し、定住生活が営まれる範囲をエクメーネ(居住地域)という。エクメーネとは、食糧生産に利用している耕地・牧草地の範囲で、南極大陸をのぞく全陸地のほぼ3分の1(約48億ha)である。(広義には森林も含める。)

エクメーネの限界は、水平的限界は一般に食糧生産の限界(穀物栽培の限界)と一致し、極限界では平均気温0℃線、最暖月気温10℃線にほぼ相当する。乾燥限界では年降水量250mmに相当する。ケッペンの気候区分でいう砂漠気候、寒帯気候はアネクメーネ(非居住地域)となる。また、垂直的限界は、緯度によって異なるがほぼ海拔5000mである。これに対して、耐寒農法や品種改良、乾燥農法や灌漑などによりエクメーネの拡大に努力してきた。

このエクメーネにおける人口は、当然無限に増加することはできない。その限界については、予測はまちまちではあるが、おおよそ100億人というのもそのひとつである。また、地球が扶養できる最大の人口を、単位人口の平均食糧消費量と、単位面積当たりの食糧生産量を基準にして算定する可容人口という考え方もある。

たとえば、米と小麦とでは異なるが、日本人の標準食糧摂取量2480kcalで世界中すべての人が同じ生活をするのであれば、耕地1haで約4.8人の人口を支えることができる。世界の耕地は、約14.5億haなので、約70億人の食糧が確保できることになる。その他、63億人(フィッシャー)、77億人(ペンク)、133億人(ホルシュタイン)などがある。ただこの可容人口は、生産力が上昇すれば増える可能性があり、現実的な算定は難しい。

一方ロジスティックモデルによる人口予測については、パールら(1936)の研究がある。それは1920年までの世界人口の動きをロジスティックモデルにあてはめ、上限値として2100年

の26億4550万人と計算した。しかし、第2次世界大戦後の人口爆発によってこの予測はあっさり裏切られた。現在の人口はこの値を大幅に上回り、幾何級数的な増加が続いている。ヘル・マルサスのモデルを修正するかたちで導かれたロジスティックモデルであったが、現実の人口はそれとはまったく逆の結果になっている。

ここに数学モデルの難しさがうかがえる。現実の抽象化と現実への適合性という難問を抱えている数学モデルではあるが、あえて数学モデルを構築する意義は

『それがもし生物現象のモデルなら、生物の人達と議論するとき、疑わしいながらも一応の共通の議論のための共通の前置として一応は認められるものでなくてはならないのではないか。それにも値しないもの(ただちに生物の人からしりぞけられるもの)であってはならないし、また、それが唯一のモデルで真実に近いものであると主張するほどのものでもない。ここらあたりに数学モデルをつくることの意義があるのではないか、あくまでも他分野との会話のためのものである。それが重要だし、そのことによって、数学も再び豊かになってゆくのである。』(山口、1981)

ところにある。

自然のしくみは複雑で、精妙である。たくさんの方程式をつくって係数を合わせることによって、現象のメカニズムを知ることができるか疑わしい。「本質的な要因と、関係のない要因を分離した理論モデル」を通して現象をみることは、現象を認識する手だてを獲ることである。

5. おわりに

日本の総人口が十年後をピークに減少、一方で、65歳以上の老年人口は1997年中に14歳以下の年少人口を上回り、2050年には国民の3人に1人の割合に達する「超少子・高齢社会」になることが、厚生省の付属機関「国立社会保障・人口問題研究所」がまとめた「将来推計人口」で明らかになった。それによると、総人口は2007年の1億2778万人をピークに2050年には1960年代後半並みの1億50万人に減少する。ピークの予測は前回推計よりも4年早まった。減少カーブから推定する参考値では、2051年には1億人の大台を割り込み、2100年には6737万人になる見通しである。老年人口の割合は1995年の14.6%から2025年には27.4%、2050年には32.3%(3245万人)にまで上昇。同時に年少人口の割合は13.1%(1314万人)に減ると予測している。

このような日本の状況とは逆に、世界の人口はすさまじい勢いで増えている。とくに東南アジア、アフリカ、中南米などの発展途上地域においてである。世界の人口は、1650年頃は5億人程度であった。それが、1800年を過ぎると10億人を超え、1930年頃には20億人以上になっていた。この頃から増え方は急カーブを描いて、国連人口基金の人口時計による1997年推計で58億9629万3043人である。およそ350年の間に10倍以上になった。そして、今後も人口は増え続け、2050年には100億人になるという。いわゆる「発展途上地域の人口爆発」である。

この人口爆発は飢えや貧困を加速させるのみならず、地球環境にとっても大きな問題である。増えた人口を養うために、新たに農地を切り拓く。焼畑が行われ、森林が減る。砂漠化が進む。二酸化炭素が増える。こうして環境が悪くなり温暖化も進む。まさに、「人口爆発 環

境破壊 温暖化 ...」の悪循環を形成し、環境問題の本質は人口問題である。

『変動の時代から定常の時代へと価値の再編成をしないといけない。地球生態系の熱平衡をヒトが生存可能な範囲に保持するように、限定的にエネルギーを使わなくてはならない。人類に無限の進歩は不可能であることが判明したのだ。...人口、食料、エネルギー消費というような指標に関して、人類が「定常化の時代」を迎えることは避けられない。...進歩から定常化への転換は、経済については成長から配分バランスへの転換であり、物質については廃棄から循環への転換であり、コスモロジーとしては、無限の宇宙から有限の生態系への転換である。...いずれにせよ世界人口に関する予測をどのように立てるかによって、環境問題とエネルギー問題の目標値は違ってくる。...子どもが増える。薪がなくなる。土地が砂漠化する。大量餓死が発生する。

このような因果関係の引金は人口増であり、生態系の人口維持能力を上回る人口増が、砂漠化という生態系の不可逆的な変化を加速している。』(加藤, 1991)

このような人口爆発の中で出口のない閉塞状態のなかで、世界人口に関する予測をどのように立てるか、環境問題とエネルギー問題の目標値を定める上でも不可避の課題である。次回以降、本論の目的である人口動態のモデル化とその有用性について検討する。

参考文献

- ハーバーマン, R. 1981, 『個体群成長の数学モデル』現代数学社。
伊藤嘉昭 1994, 『生態学と社会 経済・社会系学生のための生態学入門』東海大学出版会。
加藤尚武 1991, 『環境倫理学のすすめ』丸善ライブラリー。
ピールー, E.C. 1974, 『数理生態学』産業図書。
斎藤員郎 1992, 『生物圏の科学』共立出版。
帝国書院編集部 1996, 『資料地理の研究』帝国書院。
山岸 宏 1977, 『成長の生物学』講談社。
山口昌哉 1979, 『非線型の現象と解析 1 無限の分岐 カオス』日本評論社。
山口昌哉 1981, 『数値解析と非線型現象 1 数値解析とは』日本評論社。